

## Příklady

1. Jaký je tlak vzduchu v pneumatice nákladního automobilu při teplotě 20 °C a hustotě 8,0 kg · m<sup>-3</sup>? Molární hmotnost vzduchu  $M_m \doteq 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

$$t = 20 \text{ °C} \rightarrow T = 293 \text{ K}$$

$$\rho = 8,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, M_m \doteq 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$p = ?$$

Řešení:

$$p = \frac{m}{M_m} \cdot \frac{R_m \cdot T}{V} = \rho \frac{R_m \cdot T}{M_m}$$

$$p = 8 \cdot \frac{8,31 \cdot 293}{29 \cdot 10^{-3}} \text{ Pa} = \underline{\underline{0,67 \text{ MPa}}}$$

Tlak vzduchu v pneumatice je 0,67 MPa.

2. Kolik molekul je v kulaté nádobě o vnitřním poloměru 3 cm naplněné kyslíkem O<sub>2</sub>, který má teplotu 27 °C a tlak 1,36 · 10<sup>-2</sup> Pa?

$$r = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$M_m = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

$$p = 1,36 \cdot 10^{-2} \text{ Pa}$$

$$N = ?$$

Řešení:

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

$$N = \frac{p \cdot V}{k \cdot T} = \frac{p \cdot 4\pi r^3}{3k \cdot T}$$

$$N = \underline{\underline{3,7 \cdot 10^{14}}}$$

V nádobě je 3,7 · 10<sup>14</sup> molekul.

3. V láhvi je uzavřen kyslík O<sub>2</sub>, který má hmotnost 1 g, tlak 1 MPa a teplotu 47 °C. Uzávěr lahve dobře netěsní, takže kyslík uniká. Po určitém čase byl opět změřen tlak a teplota

a bylo zjištěno, že tlak klesl na  $\frac{5}{8}$  své původní hodnoty a teplota klesla na 27 °C.

a) Jaký je vnitřní objem láhve?

b) Určete hmotnost kyslíku, který unikl.

## FYZIKA – 2. ROČNÍK

$$M_m = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m = 10^{-3} \text{ kg}$$

$$p = 10^6 \text{ Pa}$$

$$t = 47 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow T = 320 \text{ K}$$

$$p_1 = \frac{5}{8} p$$

$$t_1 = 27 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow T_1 = 300 \text{ K}$$

$$\underline{V = ?, \Delta m = ?}$$

Řešení:

a)

$$V = \frac{m \cdot R_m \cdot T}{M_m \cdot p}$$

$$V = 8,31 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = \underline{\underline{83,1 \text{ cm}^3}}$$

b)

$$m_1 = \frac{V \cdot M_m \cdot p_1}{R_m \cdot T_1} = \underline{\underline{0,666 \text{ g}}}$$

$$\rightarrow \Delta m = \underline{\underline{0,333 \text{ g}}}$$

Vnitřní objem lahve je  $83,1 \text{ cm}^3$  a z láhve uniklo  $0,333 \text{ g}$  kyslíku.

4. Vzduchová bublina o poloměru  $5 \text{ mm}$  stoupá ode dna jezera hlubokého  $20,7 \text{ m}$ . Teplota u dna je  $7 \text{ }^\circ\text{C}$  a u hladiny  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ . Atmosférický tlak je  $1\,000 \text{ hPa}$ . Jaký bude poloměr bubliny, až dospěje k hladině? ( $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ )

$$r_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$h = 20,7 \text{ m}$$

$$t_1 = 7 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 280 \text{ K}$$

$$p_A = 10^5 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 27 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 300 \text{ K}$$

$$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\underline{r_2 = ?}$$

Řešení:

## FYZIKA – 2. ROČNÍK

$$p_1 = h \cdot \rho \cdot g + p_A$$

$$p_2 = p_A$$

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi r_1^3$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi r_2^3$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot p_2}$$

$$r_2 = \sqrt[3]{\frac{(h \cdot \rho \cdot g + p_A) \cdot T_2}{T_1 \cdot p_A}} \cdot r_1 = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \underline{\underline{7,4 \text{ mm}}}$$

Poloměr bubliny u hladiny je 7,4 mm.

**A1.** Určete relativní molekulovou hmotnost oxidu uhličitého CO<sub>2</sub> a hmotnost molekuly CO<sub>2</sub>.

$$\text{C} \dots A_r = 12$$

$$\text{O} \dots A_r = 16$$

$$M_r = A_r(\text{C}) + 2 A_r(\text{O})$$

$$\underline{M_r = 12 + 32 = 44}$$

$$m = M_r \cdot m_u$$

$$m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\underline{m = 7,3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}$$

**A2.** Určete molární hmotnost kyseliny sírové H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>.

$$\text{H} \dots A_r = 1$$

$$\text{S} \dots A_r = 32$$

$$\text{O} \dots A_r = 16$$

$$M_r = 2 A_r(\text{H}) + A_r(\text{S}) + 4 A_r(\text{O})$$

$$\underline{M_r = 2 + 32 + 64 = 98}$$

$$M_m = M_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\underline{M_m = 98 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

**A3.** Jaké látkové množství má těleso z vápníku o hmotnosti 100 g?

$$m(\text{Ca}) = 0,1 \text{ kg}$$

$$A_r = 40$$

$$\underline{n = ?}$$

Řešení:

$$M_m = M_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M_m = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

## FYZIKA – 2. ROČNÍK

$$n = \frac{m}{M_m}$$

$$n = \frac{100}{40} \text{ mol}$$

$$\underline{\underline{n = 2,5 \text{ mol}}}$$

Látkové množství tělesa je 2,5 mol.

**B1.** Určete relativní molekulovou hmotnost vody  $\text{H}_2\text{O}$  a hmotnost molekuly vody.

$$\text{H} \dots A_r = 1$$

$$\text{O} \dots A_r = 16$$

$$M_r = 2 A_r(\text{H}) + A_r(\text{O})$$

$$\underline{\underline{M_r = 2 + 16 = 18}}$$

$$m = M_r \cdot m_u$$

$$m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\underline{\underline{m = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}}$$

**B2.** Určete molární hmotnost kyseliny dusičné  $\text{HNO}_3$ .

$$\text{H} \dots A_r = 1$$

$$\text{N} \dots A_r = 14$$

$$\text{O} \dots A_r = 16$$

$$M_r = A_r(\text{H}) + A_r(\text{N}) + 3 A_r(\text{O})$$

$$\underline{\underline{M_r = 1 + 14 + 48 = 63}}$$

$$M_m = M_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\underline{\underline{M_m = 63 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}}}$$

**B3.** Jakou hmotnost má chlor  $\text{Cl}_2$ , je-li jeho látkové množství 0,2 kmol?

$$n = 200 \text{ mol}$$

$$A_r = 35,5$$

$$m = ?$$

Řešení:

$$M_r = 2 A_r(\text{Cl}) = 71$$

$$M_m = M_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M_m = 71 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m = M_m \cdot n$$

$$m = 0,071 \cdot 200 \text{ kg}$$

$$m = \underline{\underline{14,2 \text{ kg}}}$$

Hmotnost chlóru je 14,2 kg.

**5.** Kolik atomů obsahuje těleso z nuklidu uhlíku  $^{12}_6\text{C}$  o hmotnosti 0,012 kg? Na základě výsledku vysvětlíte fyzikální význam Avogadrovy konstanty.

$$m = 0,012 \text{ kg}$$

$$A_r = 12$$

$$N = ?$$

Řešení:

$$m_a = A_r \cdot m_u$$

$$m_a = 12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_a = 1,992 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$N = \frac{m}{m_a}$$

$$N = \frac{0,012}{1,992 \cdot 10^{-26}}$$

$$N = 6,024 \cdot 10^{23}$$

$$n = \frac{m}{M_m} = 1 \text{ mol}$$

Těleso obsahuje  $6,024 \cdot 10^{23}$  atomů nuklidu uhlíku  $^{12}_6\text{C}$ . Avogadrova konstanta udává počet částic v jednotkovém látkovém množství.

6. V uzavřené nádobě umístěné ve vakuu je plynný oxid uhličitý  $\text{CO}_2$  o hmotnosti 1,1 kg. Vadným uzávěrem uniká z nádoby za dobu 1 s průměrně  $1,5 \cdot 10^{20}$  molekul  $\text{CO}_2$ . Za jakou dobu uniknou z nádoby všechny molekuly  $\text{CO}_2$ ?

$$M_r = 44$$

$$m = 1,1 \text{ kg}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = 1,5 \cdot 10^{20}$$

$$t = ?$$

Řešení:

$$m_m = M_r \cdot m_u$$

$$m_m = 7,304 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$N = \frac{m}{m_m} = 1,51 \cdot 10^{25}$$

$$t = \frac{N}{\Delta N / \Delta t} \doteq 10^5 \text{ s}$$

Všechny molekuly uniknou z nádoby za  $10^5$  s.

7. Z povrchu vodní kapky o objemu  $4 \text{ mm}^3$  se za dobu 1 s vypaří voda obsahující asi  $10^{16}$  molekul. Za jakou dobu se vypaří celá kapka vody? ( $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )

$$M_r = 18$$

$$V = 4 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} \doteq 10^{16}$$

$$\rho = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$t = ?$$

Řešení:

$$m_m = M_r \cdot m_u$$

$$m_m = 2,988 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$m = V \cdot \rho$$

$$m = 4 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

$$N = \frac{m}{m_m} = 1,34 \cdot 10^{20}$$

$$t = \frac{N}{\Delta N / \Delta t}$$

$$t \doteq \underline{\underline{1,34 \cdot 10^4 \text{ s} = 3,7 \text{ h}}}$$

Kapka vody se vypaří asi za 3,7 h.

**8.** Vzorek kyslíku O<sub>2</sub> o hmotnosti 5 kg má při teplotě 0°C a tlaku 0,10 MPa objem 3,54 m<sup>3</sup>.  
Určete molární objem kyslíku za těchto podmínek.

$$M_r = 32$$

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$p = 10^5 \text{ Pa}$$

$$V = 3,54 \text{ m}^3$$

$$V_m = ?$$

Řešení:

$$M_m = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n = \frac{m}{M_m} = 156,25 \text{ mol}$$

$$V_m = \frac{V}{n}$$

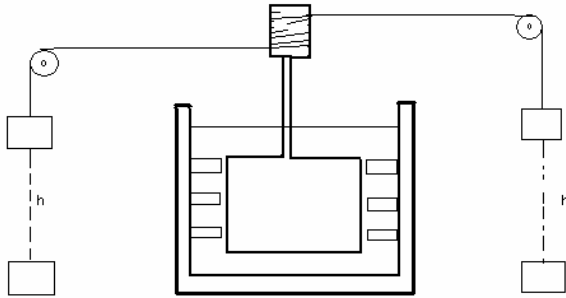
$$V_m = \underline{\underline{0,0227 \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}}}$$

Molární objem kyslíku za uvedených podmínek je 0,0227 m<sup>3</sup> · mol<sup>-1</sup>.

### **Cvičení 3:**

**1.** V tepelně izolované nádobě, ve které je voda o hmotnosti 6,8 kg, se otáčí lopatka. Pevné lopatky spojené se stěnami nádoby brzdí pohyb kapaliny. Na lopatku působí moment dvojice sil, kterou vytvářejí vlákna napínaná závažími stejné hmotnosti, klesajícími v tíhovém poli. Vhodnou volbou hmotnosti závaží lze dosáhnout toho, aby závaží klesala rovnoměrným pohybem malou rychlostí. Závaží, z nichž každé má hmotnost 14 kg, necháme 12 krát za sebou klesat z výšky zhruba 2m a teplota vody se zvýší o 0,24 K. Určete změnu vnitřní energie vody a přibližnou hodnotu její měrné tepelné kapacity.

$$\begin{aligned}
 m &= 6,8 \text{ kg} \\
 M &= 14 \text{ kg} \\
 n &= 12 \\
 h &= 2,0 \text{ m} \\
 \Delta T &= 0,24 \text{ K} \\
 \Delta U &= ?, c = ?
 \end{aligned}$$



Řešení:

$$\left. \begin{aligned}
 E_p &= (2M \cdot g \cdot h) \cdot n = 6592 \text{ J} \\
 Q &= m \cdot c \cdot \Delta t
 \end{aligned} \right\} Q = E_p = \Delta U$$

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta t} = \underline{\underline{4039 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}}$$

Vnitřní energie vody se zvýší o 6592 J a její měrná tepelná kapacita je přibližně  $4039 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**2.** Do tepelně izolované tlustostěnné zkumavky o délce  $l = 20 \text{ cm}$  nalejeme rtuť do výšky  $h = 2 \text{ cm}$  a změříme její teplotu. Zkumavku pak pevně uzavřeme zátkou, otočíme o 180 stupňů a tento děj opakujeme za sebou 100 krát. Určete přírůstek teploty rtuti. Měrná tepelná kapacita rtuti je  $139 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Lze zjistit změnu teploty kapaliny, jestliže k pokusu použijeme místo rtuti vodu a změnu teploty měříme teploměrem se stupnicí, v níž 1 dílek odpovídá 0,2 K? Měrná tepelná kapacita vody je  $4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$$\begin{aligned}
 l &= 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m} \\
 h &= 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m} \\
 n &= 100 \\
 c_1 &= 139 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, c_2 = 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\
 \Delta T_1 &= ?, \Delta T_2 = ?
 \end{aligned}$$

Řešení:

## FYZIKA – 2. ROČNÍK

$$n \cdot m \cdot g \cdot (l - h) = m \cdot c \cdot \Delta T_1$$

$$\Delta T_1 = \frac{n \cdot g \cdot (l - h)}{c} = \underline{\underline{1,27 \text{ K}}}$$

$$\Delta T_2 = \underline{\underline{0,04 \text{ K}}}$$

Teplota rtuti se zvýší o 1,27 K a teplota vody se zvýší o 0,04 K. (Změnu teploty vody daným teploměrem nezměříme)

**3.** Střela o hmotnosti 20 g pohybující se rychlostí  $400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  prolétne nehybnou dřevěnou deskou vodorovným směrem a sníží při tom svou rychlost na  $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Určete: a) úbytek kinetické energie střely, b) přírůstek vnitřní energie střely a dřevěné překážky, c) práci, kterou vykonala střela při proražení dřeva.

$$m = 20 \text{ g} = 0,02 \text{ kg}$$

$$v_0 = 400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_1 = 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{a) } \Delta E_k = ? \quad \text{b) } \Delta U = ? \quad \text{c) } W = ?$$

---

Řešení:

$$\Delta E_k = E_{k0} - E_{k1} = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 =$$

a)

$$= \frac{1}{2} m (v_0^2 - v_1^2) = \underline{\underline{1500 \text{ J}}}$$

$$\Rightarrow \text{b) } \Delta U = 1500 \text{ J}$$

$$\text{c) } W = 1500 \text{ J}$$

Úbytek kinetické energie střely je 1500 J, přírůstek vnitřní energie střely a dřevěné překážky je 1500 J a střela při proražení dřeva vykoná práci 1500 J.

**4.** Stlačený plyn v tepelně izolované nádobě působí na píst o hmotnosti 4,7 kg svisle vzhůru tlakovou silou a po uvolnění ho vyzvedne do výšky 0,30 m. Předpokládáme, že píst se pohybuje v nádobě bez tření. Určete: a) přírůstek potenciální energie tíhové překážky, b) úbytek vnitřní energie plynu, c) práci, kterou při tomto ději plyn vykonal.

$$m = 4,7 \text{ kg}$$

$$h = 0,30 \text{ m}$$

$$\text{a) } \Delta E_p = ? \quad \text{b) } \Delta U = ? \quad \text{c) } W = ?$$

---

Řešení:

$$\text{a) } \Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 14 \text{ J}$$

$$\text{b), c) } \Delta U = W = \Delta E_p = 14 \text{ J}$$



## FYZIKA – 2. ROČNÍK

Přírůstek potenciální energie tíhové překážky je 14 J, úbytek vnitřní energie plynu je 14 J a práce vykonaná plynem je 14 J.

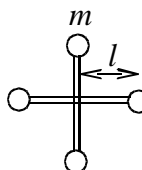
5. Setrvačnick má tvar kříže, na jehož ramenech délky 10 cm jsou upevněna čtyři závaží o hmotnostech 0,50 kg. Hmotnost ramen je v porovnání s hmotnostmi závaží zanedbatelná. Setrvačnick se otáčí bez působení vnější síly s frekvencí otáčení 43 Hz. V určitém okamžiku se třecí síla v ložisku prudce zvýší a setrvačnick se náhle zastaví. Jak se změní při tomto ději vnitřní energie setrvačnicku a ložiska? Jak se změní vnitřní energie okolního vzduchu, klesne-li teplota obou těles na počáteční hodnotu?

$$l = 0,1 \text{ m}$$

$$m = 0,5 \text{ kg}$$

$$f = 43 \text{ Hz}$$

$$\Delta U = ?$$



Řešení:

$$E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\omega l)^2 = \frac{1}{2}m(2\pi fl)^2$$

$$E_k = 4E_{k1} = 2m4\pi^2 f^2 l^2$$

$$E_k = 730 \text{ J}$$

Vnitřní energie setrvačnicku a ložiska se zvýší o 730 J a vnitřní energie okolního vzduchu se zvýší o 730 J.

6. Ze stejné výšky nad povrchem Země padala volným pádem dvě tělesa o stejných počátečních teplotách: jedno hliníkové, druhé olověné. Které těleso bude mít po dopadu větší teplotu za předpokladu, že celá kinetická energie se přemění na vnitřní energii tělesa?

Řešení:

$$E_{p1} \quad E_{p2}$$

$$\parallel \quad \parallel$$

$$\Delta U_1 \quad \Delta U_2$$

$$mgh = m_1 c_1 \Delta t_1 = m_2 c_2 \Delta t_2$$

$$\Delta t_1 = \frac{gh}{c_1}$$

$$\Delta t_2 = \frac{gh}{c_2}$$

$$c_1 > c_2$$

$$\Rightarrow \Delta t_1 < \Delta t_2$$

Olověné těleso bude mít po dopadu na Zem vyšší teplotu.

## FYZIKA – 2. ROČNÍK

7. Hliníkový předmět o hmotnosti 0,80 kg a teplotě 250 °C byl vložen do vody o hmotnosti 1,5 kg a teplotě 15 °C. Jaká je teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu? Předpokládáme, že tepelná výměna nastala jen mezi hliníkovým předmětem a vodou.

$$\begin{aligned}m_1 &= 0,8 \text{ kg}, t_1 = 250^\circ \text{ C}, c_1 = 896 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\m_2 &= 1,5 \text{ kg}, t_2 = 15^\circ \text{ C}, c_2 = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\t &= ?\end{aligned}$$

---

Řešení:

$$\begin{aligned}m_1 c_1 (t_1 - t) &= m_2 c_2 (t - t_2) \\m_1 c_1 t_1 - m_1 c_1 t &= m_2 c_2 t - m_2 c_2 t_2 \\m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2 &= t (m_2 c_2 + m_1 c_1) \\t &= \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = 39^\circ \text{ C}\end{aligned}$$

Teplota po dosažení rovnovážného stavu je 39 °C.

8. Železný předmět o hmotnosti 0,50 kg byl vložen do vody o objemu 2,0 l a teplotě 15 °C. Výsledná teplota po dosažení rovnovážného stavu je 28 °C. Jakou teplotu by měl mít železný předmět před vložením do vody, předpokládáme-li, že tepelná výměna nastala jen mezi železným předmětem a vodou?

$$\begin{aligned}m_1 &= 0,5 \text{ kg}, c_1 = 452 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\m_2 &= 2 \text{ kg}, t_2 = 15^\circ \text{ C}, c_2 = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\t &= 28^\circ \text{ C} \\t_1 &= ?\end{aligned}$$

---

Řešení:

$$\begin{aligned}m_1 c_1 (t_1 - t) &= m_2 c_2 (t - t_2) \\m_1 c_1 t_1 - m_1 c_1 t &= m_2 c_2 (t - t_2) \\m_1 c_1 t_1 &= m_2 c_2 (t - t_2) + m_1 c_1 t \\t_1 &= \frac{m_2 c_2 (t - t_2) + m_1 c_1 t}{m_1 c_1} \\t_1 &= 509^\circ \text{ C}\end{aligned}$$

Železný předmět by měl mít teplotu 509 °C.

9. V elektrické pračce se ohřívá voda o hmotnosti 30 kg. Jaké teplo přijme, zvýší-li se její teplota z 15 °C na 90 °C? Jak dlouho trvá ohřívání, je-li příkon topného tělesa pračky 1,7 kW?

## FYZIKA – 2. ROČNÍK

$$\begin{aligned}m &= 30 \text{ kg} \\t_0 &= 15^\circ \text{ C}, t_1 = 90^\circ \text{ C} \\P &= 1,7 \text{ kW} \\c &= 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\Q &= ? \\t &= ?\end{aligned}$$

Řešení:

$$Q = mc\Delta t = (30 \cdot 4180 \cdot 75) \text{ J} = 9,4 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow t = \frac{W}{P}$$

$$t = \frac{Q}{P} = 5532 \text{ s} = 92 \text{ min}$$

Voda přijme teplo  $9,4 \cdot 10^6 \text{ J}$ , doba ohřevu je 92 minut.

**10.** V Niagarských vodopádech padá voda z výšky 60 m. Jak se zvýší její teplota, předpokládáme-li, že se celá kinetická energie padající vody změní ve vnitřní energii vody?

$$\begin{aligned}h &= 60 \text{ m} \\ \Delta T &= ?\end{aligned}$$

Řešení:

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v^2 = \cancel{m} gh = \cancel{m} c \cdot \Delta T$$

$$\Rightarrow gh = c \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{gh}{c} = 0,14 \text{ K}$$

Voda se ohřeje o 0,14 K.

**11.** Víko o průměru 32 cm je třeba připevnit k otvoru tlakové nádoby 24 šrouby. Tlak plynu v nádobě je 6 MPa, modul pružnosti oceli je 220 GPa. Jaký plošný obsah průřezu šroubů musíme zvolit, je-li dovolené napětí šroubů v tahu 50 MPa?

$$\begin{aligned}d &= 32 \text{ cm} = 0,32 \text{ m} \\N &= 24 \\p &= 6 \text{ MPa} = 6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\E &= 220 \text{ GPa} = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \\ \sigma &= 50 \text{ MPa} = 5 \cdot 10^7 \text{ Pa} \\ \underline{S_0 = ?}\end{aligned}$$

Řešení:

celková síla působící na víko:  $F = p \cdot S = p \cdot \pi \frac{d^2}{4} \doteq 4,83 \cdot 10^5 \text{ N}$

$$F_0 = \frac{F}{N} \quad (\text{síla působící na jeden šroub})$$

$$F_0 \doteq 2,01 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{F_0}{S_0} \Rightarrow S_0 = \frac{F_0}{\sigma} \doteq \underline{\underline{4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}}$$

Obecně:

$$\sigma = \frac{p \cdot \pi d^2}{4NS_0} \quad S_0 = \frac{p \cdot \pi d^2}{4N\sigma}$$

Plošný obsah šroubů musí být alespoň  $4 \text{ cm}^2$ .

**12.** Osobní výtah o hmotnosti 500 kg drží 3 ocelová lana, každé o průměru 1 cm.

Vypočítejte napětí v každém ocelovém laně. Vlastní tíhu lana zanedbejte.

( $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ )

$$m = 500 \text{ kg}$$

$$N = 3$$

$$d = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\sigma = ?$$

Řešení:

$$F = m \cdot g$$

$$F_0 = \frac{m \cdot g}{N}$$

$$\sigma = \frac{F_0}{S_0} = \frac{4m \cdot g}{N \cdot \pi d^2} \doteq \underline{\underline{20,82 \text{ MPa}}}$$

Napětí v každém ocelovém laně je 20,82 MPa.

**13.** Jak se změní napětí drátu, zvětší-li se tahová síla působící na drát 4 krát a průměr drátu 2 krát ?

Řešení:

Napětí drátu při síle  $F_0$  a průměru drátu  $d_0$  :

$$\sigma = \frac{F_0}{S_0} = \frac{4F_0}{N \cdot \pi d_0^2}$$

Napětí drátu při síle  $4 F_0$  a průměru drátu  $2d_0$  :

$$\sigma = \frac{16F_0}{4\pi d_0^2} = \frac{4F_0}{\pi d_0^2} \quad \Rightarrow \text{napětí drátu se nezmění}$$

- 14.** Ocelová tyč, která má počáteční délku 2 m a průřez o obsahu  $1 \text{ cm}^2$ , je na jednom konci upevněná a na druhém konci je napínána silou 10 kN. Rozhodněte, zda je deformace tyče pružná a vypočítejte délku tyče po jejím prodloužení. Mez pružnosti použité oceli je 572 MPa, modul pružnosti v tahu je 200 GPa.

$$\begin{aligned} l_0 &= 2 \text{ m} \\ S &= 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2 \\ F &= 10 \text{ kN} = 10^4 \text{ N} \\ E &= 200 \text{ G Pa} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \\ \sigma_p &= 572 \text{ MPa} = 5,72 \cdot 10^8 \text{ Pa} \\ l = ?; \sigma = ? \end{aligned}$$

Řešení:

$$\sigma = \frac{F}{S} = 100 \text{ MPa} \quad (\sigma < \sigma_p)$$

Hookův zákon:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \Delta l = \frac{\sigma \cdot l_0}{E} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{l = 2,001 \text{ m}}}$$

Deformace tyče je pružná a tyč bude mít po prodloužení délku 2,001 m.

- 15.** Jak velkou silou je napnutá ocelová struna kytary délky 0,65 m a obsahu průřezu  $0,325 \text{ mm}^2$ , jestliže se při napínání prodloužila o 5 mm? Modul pružnosti v tahu oceli je 220 GPa.

$$\begin{aligned} l_0 &= 0,65 \text{ m} \\ S &= 0,325 \text{ mm}^2 = 0,325 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \\ \Delta l &= 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ E &= 220 \text{ G Pa} = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \\ F &= ? \end{aligned}$$

Řešení:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{S \cdot E} \Rightarrow F = \frac{\Delta l \cdot S \cdot E}{l_0} = \underline{\underline{550 \text{ N}}}$$

Kytara je napnutá silou o velikosti 550 N.

**16.** Určete práci, kterou je potřeba vykonat, aby se ocelová tyč o délce 1 m a obsahu průřezu 1 cm<sup>2</sup> prodloužila při pružné deformaci v tahu o 1 mm. Modul pružnosti v tahu použité oceli je 220 GPa.

$$l = 1 \text{ m}$$

$$S = 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Delta l = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$E = 220 \text{ GPa} = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$$

$$W = ? \underline{\hspace{2cm}}$$

Řešení:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow F = \frac{\Delta l \cdot S \cdot E}{l} \quad (\text{síla je přímo úměrná prodloužení})$$

při  $\Delta l = 0 \text{ m}$  je  $F = 0 \text{ N}$

$\Rightarrow$  průměrná síla, která koná práci při prodloužení drátu o  $\Delta l$  je  $\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta l \cdot S \cdot E}{l}$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} F \cdot \Delta l = \frac{\Delta l^2 \cdot S \cdot E}{2l}$$

$$\underline{\underline{W = 11 \text{ J}}}$$

K prodloužení tyče je potřeba vykonat práci 11 J.

**17.** V nádobě o objemu 1,0 l je oxid uhličitý o hmotnosti 0,001 g. Určete hustotu molekul  $N_V$  v nádobě. Jaká je hustota tohoto plynu?

$$V = 1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$m = 0,001 \text{ g} = 10^{-6} \text{ kg}$$

$$M_r = 44$$

$$N_V = ?, \rho = ? \underline{\hspace{2cm}}$$

Řešení:

$$m_m = M_r \cdot m_u = 44 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

## FYZIKA – 2. ROČNÍK

$$N = \frac{m}{m_m}$$

$$N_V = \frac{N}{V} = \frac{m}{m_m \cdot V} = 1,37 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = 0,001 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Hustota molekul plynu v nádobě je  $1,37 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$  a hustota plynu je  $0,001 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

**18.** Molekula kyslíku se pohybuje kolmo na stěnu nádoby rychlostí  $461 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Určete velikost změny její hybnosti po dokonale pružném odrazu od stěny nádoby.

$$v = 461 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$|\Delta p| = ?$$

Řešení:

$$m(\text{O}_2) = M_r \cdot m_u = 32 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$|\Delta p| = 2m(\text{O}_2) \cdot v = 2 \cdot 32 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 461 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$|\Delta p| = 4,90 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Velikost změny hybnosti molekuly kyslíku je  $4,90 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**19.** Jaký je tlak kyslíku v uzavřené nádobě při teplotě  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , je-li jeho hustota  $1,41 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ?

Střední kvadratická rychlost molekul kyslíku při teplotě  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  je  $461 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

$$\rho = 1,41 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$v_k = 461 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$p = ?$$

Řešení:

$$p = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot v_k^2 = 99885 \text{ Pa}$$

Tlak kyslíku je  $99885 \text{ Pa}$ .

**20.** Ideální plyn o hmotnosti  $3,8 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$  je uzavřen v nádobě o objemu  $10 \text{ l}$  a má tlak  $0,49 \text{ MPa}$ . Určete střední kvadratickou rychlost jeho molekul.

$$m = 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

$$V = 10 \text{ l} = 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$p = 0,49 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$v_k = ?$$

Řešení:

$$p \cdot V = \frac{1}{3} N m_0 v_k^2$$

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot \frac{m}{m_0} \cdot m_0 \cdot v_k^2$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3p \cdot V}{m}} = 622 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Střední kvadratická rychlost molekul ideálního plynu je  $622 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**21.** Určete počet atomů, které jsou obsaženy v železném závaží o hmotnosti 1 kg. Jak dlouhá řada by vznikla seřazením všech těchto atomů těsně vedle sebe? Poloměr atomu železa je přibližně  $10^{-10} \text{ m}$ .

$$A_r = 55,85$$

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$d \sim 10^{-10} \text{ m}$$

$$N = ?$$

$$l = ?$$

Řešení:

$$m_{Fe} = A_r \cdot m_u = 9,27 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$N = \frac{m}{m_{Fe}} = 1,079 \cdot 10^{25}$$

$$l = N \cdot d \doteq 1,1 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Počet atomů v železném závaží je  $1,079 \cdot 10^{25}$ , délka řady atomů by byla přibližně  $1,1 \cdot 10^{12} \text{ km}$ .

**22.** Určete počet atomů a elektronů, které obsahuje měď o hmotnosti 1 g. Jaká je celková hmotnost elektronů, je-li hmotnost jednoho elektronu  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ?

$$A_r = 63,55$$

$$m = 1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$N = ?$$

$$N_e = ?$$

$$m = ?$$

Řešení:

$$m_{Cu} = A_r \cdot m_u = 1,05 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$



$$N = \frac{m}{m_{Cu}} = 9,5 \cdot 10^{21}$$

Atom mědi má 29 el.

$$\Rightarrow N_e = 29 N = 2,75 \cdot 10^{23}$$

$$m = N_e \cdot m_e = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$$

Měď obsahuje  $9,5 \cdot 10^{21}$  atomů a  $2,75 \cdot 10^{23}$  elektronů, celková hmotnost elektronů je  $2,5 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$ .

**23.** Určete poměr středních kvadratických rychlostí molekuly helia He a molekuly dusíku N<sub>2</sub> při stejných teplotách.

Řešení:

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$\text{He: } v_{k_1} = \sqrt{\frac{3kT}{m_{01}}}$$

$$m_{01} = M_{r1} \cdot m_u$$

$$\text{N}_2 : v_{k_2} = \sqrt{\frac{3kT}{m_{02}}}$$

$$m_{02} = M_{r2} \cdot m_u$$

$$\frac{v_{k_1}}{v_{k_2}} = \sqrt{\frac{M_{r2}}{M_{r1}}} = \sqrt{\frac{28}{4}} = \underline{\underline{\sqrt{7}}}$$

Poměr středních kvadratických rychlostí molekul helia a dusíku je  $\sqrt{7}$ .

**24.** Vypočítejte střední kvadratickou rychlost molekul dusíku při teplotě  $-73^\circ \text{C}$ .

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$T = 200 \text{ K}$$

$$M_r = 28$$

$$v_k = ?$$

Řešení:

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$m_0 = M_r \cdot m_u = 28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 200}{28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}} \doteq \underline{\underline{422 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

Střední kvadratická rychlost molekul dusíku je přibližně  $422 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**25.** Teplota dusíku  $\text{N}_2$  dané hmotnosti se zvětšuje při stálém tlaku z počáteční teploty  $20^\circ\text{C}$ .  
Při které teplotě má dusík dvojnásobný objem vzhledem k počáteční teplotě?

$$T_1 = 293 \text{ K}, V = V_1$$

$$V_2 = 2V_1$$

$$T_2 = ? \underline{\hspace{2cm}}$$

Řešení:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{2V_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

$$T_2 = 586 \text{ K} \sim 313^\circ\text{C}$$

Dusík má dvojnásobný objem při teplotě  $313^\circ\text{C}$ .

**26.** Jaké teplo přijme kyslík  $\text{O}_2$  o hmotnosti  $m = 12 \text{ g}$ , jestliže se jeho teplota zvýší o  $50^\circ\text{C}$  při stálém tlaku? Měrná tepelná kapacita kyslíku při stálém tlaku je  $c_p = 912 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

$$m = 12 \text{ g} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\Delta T = 50 \text{ K}$$

$$c_p = 912 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$Q = ? \underline{\hspace{2cm}}$$

Řešení:

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

$$\underline{\underline{Q = 547 \text{ J}}}$$

Kyslík přijme teplo  $547 \text{ J}$ .

## FYZIKA – 2. ROČNÍK

27. Jaké teplo přijme měděná tyč, která má při teplotě 20°C délku 10 cm a obsah plošného průřezu 2 cm<sup>2</sup>, jestliže se při zahřátí prodlouží o 0,1 mm? Hustota mědi je při teplotě 20 °C rovna 8930 kg·m<sup>-3</sup>, součinitel teplotní délkové roztažnosti mědi je 1,7·10<sup>-5</sup> K<sup>-1</sup> a měrná tepelná kapacita mědi je 383 J·kg<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>.

$$t = 20^\circ \text{C}$$

$$l = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m}$$

$$S = 2 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Delta l = 0,1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}$$

$$\rho_{20^\circ} = 8930 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$c = 383 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$Q = ?$$

Řešení:

$$l = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta t)$$

$$\Delta t = \frac{\frac{l}{l_0} - 1}{\alpha} = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \alpha}$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t = \underbrace{S \cdot l_0 \cdot \rho}_{m} \cdot c \cdot \frac{\Delta l}{\underbrace{l_0 \cdot \alpha}_{\Delta t}} = \frac{S \cdot \rho \cdot c \cdot \Delta l}{\alpha} = \underline{\underline{4024 \text{ J}}}$$

Měděná tyč přijme teplo 4024 J.

28. Ocelová tyč se dotýká oběma svými konci ocelových stěn. Vypočtete, jak se musí zvětšit její teplota, aby na stykové ploše tyče a stěny vznikl tlak 4,9 MPa. Modul pružnosti oceli v tahu je 200 GPa, součinitel teplotní délkové roztažnosti oceli je 1,2·10<sup>-5</sup> K<sup>-1</sup>.

$$p = 4,9 \text{ MPa} = 4,9 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$E = 200 \text{ GPa} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta t = ?$$

$$p = \sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow p = E \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{p}{E \cdot \alpha} = \underline{\underline{2,04^\circ \text{C}}}$$

Teplota ocelové tyče se musí zvýšit o 2,04°C.